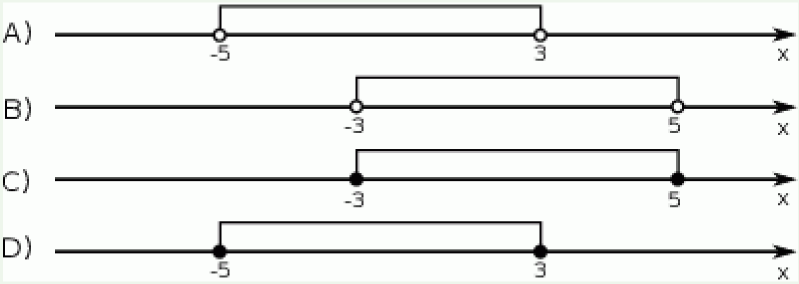
Egzamin Maturalny z Matematyki

poziom podstawowy 5 maja 2015

Zadania zamknięte

1. Wskaż rysunek, na którym przedstawiono przedział, będący zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $-4 \leqslant x-1 \leqslant 4$.



2. Dane są liczby $a=-\frac{1}{27},\ b=\log_{\frac{1}{4}}64,\ c=\log_{\frac{1}{3}}27$. Iloczyn abc jest równy

   A) -9 B) $-\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{3}$ D) 3

3. Kwotę 1000 zł ulokowano w banku na roczną lokatę oprocentowaną w wysokości 4% w stosunku rocznym. Po zakończeniu lokaty od naliczonych odsetek odprowadzany jest podatek w wysokości 19%. Maksymalna kwota, jaką po upływie roku będzie można wypłacić z banku, jest równa

   A) $1000\cdot\left(1-\frac{81}{100}\cdot\frac{4}{100}\right)$ B) $1000\cdot\left(1+\frac{19}{100}\cdot\frac{4}{100}\right)$

   C) $1000\cdot\left(1+\frac{81}{100}\cdot\frac{4}{100}\right)$ D) $1000\cdot\left(1-\frac{19}{100}\cdot\frac{4}{100}\right)$

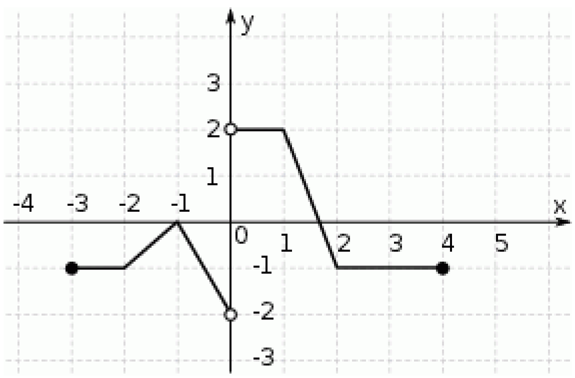
4.Równość $\frac{m}{5-\sqrt{5}}=\frac{5+\sqrt{5}}{5}$ zachodzi dla A) $m=5$ B) $m=4$ C) $m=1$ D) $m=-5$

5.Układ równań $\begin{cases} x-y=3 \\ 2x+0,5y=4 \end{cases}$ opisuje w układzie współrzędnych na płaszczyźnie
A) zbiór pusty. B) dokładnie jeden punkt.
C) dokładnie dwa różne punkty. D) zbiór nieskończony.

6. Suma wszystkich pierwiastków równania $(x+3)(x+7)(x-11)=0$ jest równa
A) -1 B) 21 C) 1 D) -21

7. Równanie $\frac{x-1}{x+1}=x-1$ A) ma dokładnie jedno rozwiązanie: $x=1$.
B) ma dokładnie jedno rozwiązanie: $x=0$. C) ma dokładnie jedno rozwiązanie: $x=-1$
D) ma dokładnie dwa rozwiązania: $x=0,\ x=1$

8.Na rysunku przedstawiono wykres funkcji f .Zbiorem wartości funkcji f jest
A) $(-2,2)$ B) $\langle -2,2)$ C) $\langle -2,2\rangle$ D) $(-2,2\rangle$



9. Na wykresie funkcji liniowej określonej wzorem $f(x) = (m-1)x + 3$ leży punkt $S = (5, -2)$. Zatem A) $m = -1$ B) $m = 0$ C) $m = 1$ D) $m = 2$

10. Funkcja liniowa f określona wzorem $f(x) = 2x + b$ ma takie samo miejsce zerowe, jakie ma funkcja liniowa $g(x) = -3x + 4$. Stąd wynika, że
A) $b = 4$ B) $b = -\frac{3}{2}$ C) $b = -\frac{8}{3}$ D) $b = \frac{4}{3}$

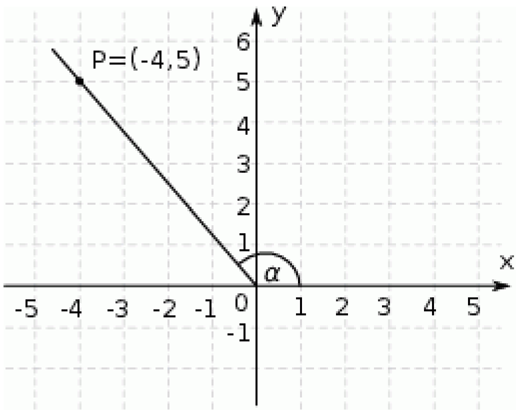
11. Funkcja kwadratowa określona jest wzorem $f(x) = x^2 + x + c$. Jeżeli $f(3) = 4$, to
A) $f(1) = -6$ B) $f(1) = 0$ C) $f(1) = 6$ D) $f(1) = 18$

12. Ile liczb całkowitych x spełnia nierówność $\frac{2}{7} < \frac{x}{14} < \frac{4}{3}$?
A) 14 B) 15 C) 16 D) 17

13. W rosnącym ciągu geometrycznym (a_n), określonym dla $n \geqslant 1$, spełniony jest warunek $a_4 = 3a_1$. Iloraz q tego ciągu jest równy
A) $q = \frac{1}{3}$ B) $q = \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$ C) $q = \sqrt[3]{3}$ D) $q = 3$

14. Tangens kąta α zaznaczonego na rysunku jest równy

A) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $-\frac{4}{5}$ C) -1 D) $-\frac{5}{4}$



15. Jeżeli $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ oraz $\operatorname{tg}\alpha = 2\sin\alpha$, to
A) $\cos\alpha = \frac{1}{2}$ B) $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\cos\alpha = 1$

16. Miara kąta wpisanego w okrąg jest o 20° mniejsza od miary kąta środkowego opartego na tym samym łuku. Wynika stąd, że miara kąta wpisanego jest równa
A) 5° B) 10° C) 20° D) 30°

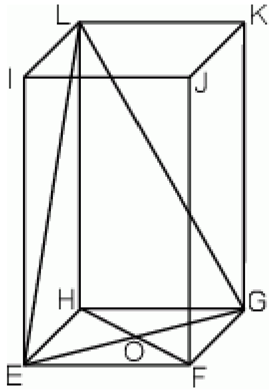
17. Pole rombu o obwodzie 8 jest równe 1. Kąt ostry tego rombu ma miarę α. Wtedy
A) $14^\circ < \alpha < 15^\circ$ B) $29^\circ < \alpha < 30^\circ$ C) $60^\circ < \alpha < 61^\circ$ D) $75^\circ < \alpha < 76^\circ$

18. Prosta l o równaniu $y = m^2x + 3$ jest równoległa do prostej k o równaniu $y = (4m-4)x - 3$. Zatem
A) $m = 2$ B) $m = -2$ C) $m = -2 - 2\sqrt{2}$ D) $m = 2 + 2\sqrt{2}$

19. Proste o równaniach: $y = 2mx - m^2 - 1$ oraz $y = 4m^2x + m^2 + 1$ są prostopadłe dla
A) $m = -\frac{1}{2}$ B) $m = \frac{1}{2}$ C) $m = 1$ D) $m = 2$

20. Dane są punkty $M = (-2, 1)$ i $N = (-1, 3)$. Punkt K jest środkiem odcinka MN. Obrazem punktu K w symetrii względem początku układu współrzędnych jest punkt
A) $K' = \left(2, -\frac{3}{2}\right)$ B) $K' = \left(2, \frac{3}{2}\right)$ C) $K' = \left(\frac{3}{2}, 2\right)$ D) $K' = \left(\frac{3}{2}, -2\right)$

21. W graniastosłupie prawidłowym czworokątnym $EFGHIJKL$ wierzchołki E, G, L połączono odcinkami (tak jak na rysunku).



Wskaż kąt między wysokością OL trójkąta EGL i płaszczyzną podstawy tego graniastosłupa.
A) $\measuredangle HOL$ B) $\measuredangle OGL$ C) $\measuredangle HLO$ D) $\measuredangle OHL$

22. Przekrojem osiowym stożka jest trójkąt równoboczny o boku długości 6. Objętość tego stożka jest równa A) $27\pi\sqrt{3}$ B) $9\pi\sqrt{3}$ C) 18π D) 6π

23. Każda krawędź graniastosłupa prawidłowego trójkątnego ma długość równą 8. Pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa jest równe
A) $\frac{8^2}{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+3\right)$ B) $8^2 \cdot \sqrt{3}$ C) $\frac{8^2\sqrt{6}}{3}$ D) $8^2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+3\right)$

24. Średnia arytmetyczna zestawu danych: 2, 4, 7, 8, 9 jest taka sama jak średnia arytmetyczna zestawu danych: 2, 4, 7, 8, 9, x. Wynika stąd, że
A) $x=0$ B) $x=3$ C) $x=5$ D) $x=6$

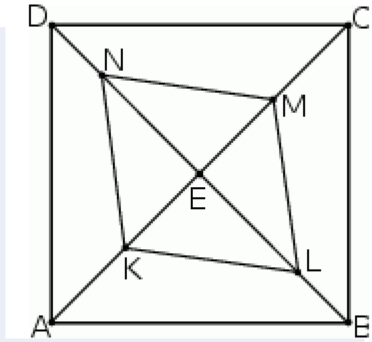
25. W każdym z trzech pojemników znajduje się para kul, z których jedna jest czerwona, a druga – niebieska. Z każdego pojemnika losujemy jedną kulę. Niech p oznacza prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że dokładnie dwie z trzech wylosowanych kul będą czerwone. Wtedy
A) $p=\frac{1}{4}$ B) $p=\frac{3}{8}$ C) $p=\frac{1}{2}$ D) $p=\frac{2}{3}$

Zadania otwarte

26. (2 pkt.) Rozwiąż nierówność $2x^2-4x>(x+3)(x-2)$.

27. (2 pkt.) Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej x i dla każdej liczby rzeczywistej y prawdziwa jest nierówność $4x^2-8xy+5y^2 \geqslant 0$.

28.(2 pkt.) Dany jest kwadrat $ABCD$. Przekątne AC i BD przecinają się w punkcie E. Punkty K i M są środkami odcinków – odpowiednio – AE i EC. Punkty L i N leżą na przekątnej BD tak, że $|BL|=\frac{1}{3}|BE|$ i $|DN|=\frac{1}{3}|DE|$ (zobacz rysunek). Wykaż, że stosunek pola czworokąta $KLMN$ do pola kwadratu $ABCD$ jest równy 1:3.



29. (2 pkt.) Wyznacz najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej $f(x) = x^2 - 6x + 3$ w przedziale $\langle 0, 4 \rangle$.

30. (2 pkt.) W układzie współrzędnych są dane punkty $A = (-43, -12)$, $B = (50, 19)$. Prosta AB przecina oś Ox w punkcie P. Oblicz pierwszą współrzędną punktu P.

31.(2 pkt.) Jeżeli do licznika i do mianownika nieskracalnego dodatniego ułamka dodamy połowę jego licznika, to otrzymamy $\frac{4}{7}$, a jeżeli do licznika i do mianownika dodamy 1, to otrzymamy $\frac{1}{2}$. Wyznacz ten ułamek.

32. (4 pkt.) Wysokość graniastosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa 16. Przekątna graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny jego podstawy pod kątem, którego cosinus jest równy $\frac{3}{5}$. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa.

33. (4 pkt.) Wśród 115 osób przeprowadzono badania ankietowe, związane z zakupami w pewnym kiosku. W poniższej tabeli przedstawiono informacje o tym, ile osób kupiło bilety tramwajowe ulgowe oraz ile osób kupiło bilety tramwajowe normalne.

Rodzaj kupionych biletów	Liczba osób
ulgowe	76
normalne	41

Uwaga! 27 osób spośród ankietowanych kupiło oba rodzaje biletów.
Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że osoba losowo wybrana spośród ankietowanych nie kupiła żadnego biletu. Wynik przedstaw w formie nieskracalnego ułamka.

34. (5 pkt.) W nieskończonym ciągu arytmetycznym (a_n), określonym dla $n \geqslant 1$, suma jedenastu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa 187. Średnia arytmetyczna pierwszego, trzeciego i dziewiątego wyrazu tego ciągu, jest równa 12. Wyrazy a_1, a_3, a_k ciągu (a_n), w podanej kolejności, tworzą nowy ciąg – trzywyrazowy ciąg geometryczny (b_n). Oblicz k.