Egzamin Maturalny
z Matematyki (termin dodatkowy)

poziom podstawowy 2 czerwca 2015 Czas pracy: 170 minut

Zadania zamknięte

Zad. 1 (1 pkt.) Liczba $2\sqrt{18}-\sqrt{32}$ jest równa
A) $2^{-\frac{3}{2}}$ B) $2^{-\frac{1}{2}}$ C) $2^{\frac{1}{2}}$ D) $2^{\frac{3}{2}}$

Zad. 2 (1 pkt.) Wartość wyrażenia $\frac{\sqrt[5]{-32}\cdot 2^{-1}}{4}\cdot 2^2$ jest równa
A) $-\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) -1

Zad. 3 (1 pkt.) Przy 23-procentowej stawce podatku VAT cena brutto samochodu jest równa 45 018 zł. Jaka jest cena netto tego samochodu?
A) 34 663,86 zł B) 36 600 zł C) 44 995 zł D) 55 372,14 zł

Zad. 4 (1 pkt.)Wyrażenie $3a^2-12ab+12b^2$ może być przekształcone do postaci
A) $3(a^2-b^2)^2$ B) $3(a-2b^2)^2$ C) $3(a-2b)^2$ D) $3(a+2b)^2$

Zad. 5 (1 pkt.) Para liczb $x=2$ i $y=1$ jest rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} x+ay=5 \\ 2x-y=3, \end{cases}$ gdy A) $a=-3$ B) $a=-2$ C) $a=2$ D) $a=3$

Zad. 6 (1 pkt.) Równanie $2x^2+11x+3=0$
A) nie ma rozwiązań rzeczywistych.
B) ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste.
C) ma dwa dodatnie rozwiązania rzeczywiste.
D) ma dwa ujemne rozwiązania rzeczywiste.

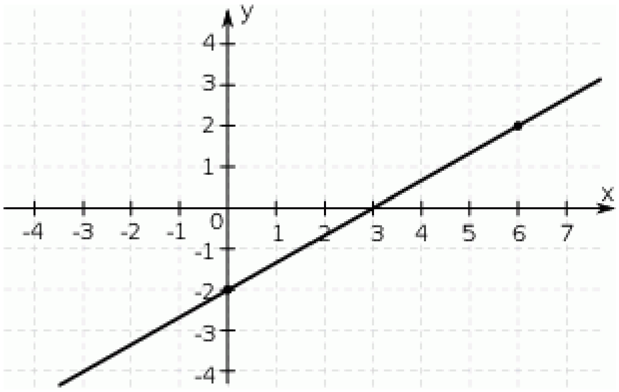
Zad. 7 (1 pkt.)Wartość wyrażenia $\sin 120^\circ-\cos 30^\circ$ jest równa
A) $\sin 90^\circ$ B) $\sin 150^\circ$ C) $\sin 0^\circ$ D) $\sin 60^\circ$

Zad. 8 (1 pkt.)Wyrażenie $3\sin^3\alpha\cos\alpha+3\sin\alpha\cos^3\alpha$ może być przekształcone do postaci
A) 3 B) $3\sin\alpha\cos\alpha$ C) $3\sin^3\alpha\cos^3\alpha$ D) $6\sin^4\alpha\cos^4\alpha$

Zad. 9 (1 pkt.)Na rysunku przedstawiony jest fragment prostej o równaniu $y = ax + b$ przechodzącej przez punkty $(0,-2)$ i $(6,2)$.Wtedy

A) $a = \frac{2}{3},\ b = -2$ B) $a = 3,\ b = -2$

C) $a = \frac{3}{2},\ b = 2$ D) $a = -3,\ b = 2$



Zad. 10 (1 pkt.)Prosta k przecina oś Oy układu współrzędnych w punkcie $(0,6)$ i jest równoległa do prostej o równaniu $y = -3x$. Wówczas prosta k przecina oś Ox układu współrzędnych w punkcie

A) $(-12,0)$ B) $(-2,0)$ C) $(2,0)$ D) $(6,0)$

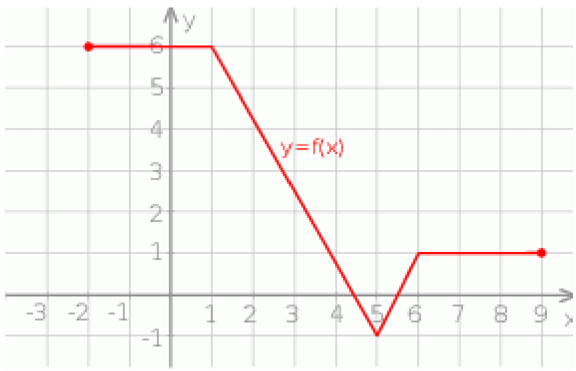
Zad. 11 (1 pkt.)Liczba niewymiernych rozwiązań równania $x^2(x+5)(2x-3)(x^2-7)=0$ jest równa A) 0 B) 1 C) 5 D) 2

Zad. 12 (1 pkt.) Na rysunku przedstawiono wykres funkcji f.

Funkcja f jest rosnąca w przedziale

A) $\langle -1,1\rangle$ B) $\langle 1,5\rangle$

C) $\langle 5,6\rangle$ D) $\langle 6,8\rangle$



Zad. 13 (1 pkt.) Ciąg geometryczny (a_n) jest określony wzorem $a_n = 2^n$ dla $n \geqslant 1$. Suma dziesięciu początkowych kolejnych wyrazów tego ciągu jest równa

A) $2(1-2^{10})$ B) $-2(1-2^{10})$ C) $2(1+2^{10})$ D) $-2(1+2^{10})$

Zad. 14 (1 pkt.) Suma pierwszego i szóstego wyrazu pewnego ciągu arytmetycznego jest równa 13 . Wynika stąd, że suma trzeciego i czwartego wyrazu tego ciągu jest równa

A) 13 B) 12 C) 7 D) 6

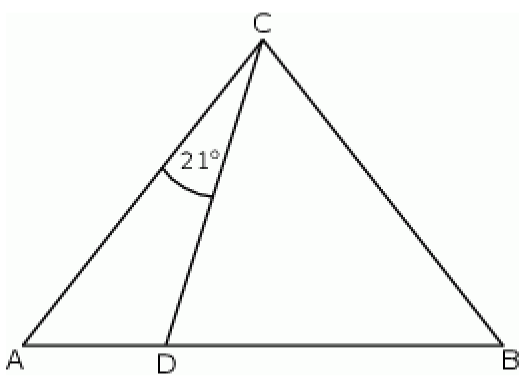
Zad. 15 (1 pkt.)Miary kątów wewnętrznych pewnego trójkąta pozostają w stosunku 3:4:5. Najmniejszy kąt wewnętrzny tego trójkąta ma miarę

A) 45° B) 90° C) 75° D) 60°

Zad. 16 (1 pkt.)W trójkącie ABC, w którym $|AC| = |BC|$, na boku AB wybrano punkt D taki, że $|BD| = |CD|$ oraz $|\measuredangle ACD| = 21^\circ$ (zobacz rysunek).

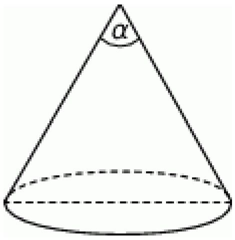
Wynika stąd, że kąt BCD ma miarę

A) 57° B) 53° C) 51° D) 55°



Zad. 17 (1 pkt.)Długości boków trójkąta są liczbami całkowitymi. Jeden bok ma 7 cm , a drugi ma 2 cm. Trzeci bok tego trójkąta może mieć długość
A) 12 cm B) 9 cm C) 6 cm D) 3 cm

Zad. 18 (1 pkt.) Boki trójkąta mają długości 20 i 12, a kąt między tymi bokami ma miarę 120°. Pole tego trójkąta jest równe A) 60 B) 120 C) $60\sqrt{3}$ D) $120\sqrt{3}$



Zad. 19 (1 pkt.) Tworząca stożka o promieniu podstawy 3 ma długość 6 (zobacz rysunek). Kąt α rozwarcia tego stożka jest równy
A) 30° B) 45° C) 60° D) 90°

Zad. 20 (1 pkt.) Graniastosłup o podstawie ośmiokąta ma dokładnie
A) 16 wierzchołków. B) 9 wierzchołków. C) 16 krawędzi. D) 8 krawędzi.

Zad. 21 (1 pkt.) W ostrosłupie czworokątnym, w którym wszystkie krawędzie mają tę samą długość, kąt nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy ma miarę
A) 30° B) 45° C) 60° D) 75°

Zad. 22 (1 pkt.) Liczba 0,3 jest jednym z przybliżeń liczby $\frac{5}{16}$. Błąd względny tego przybliżenia, wyrażony w procentach, jest równy
A) 4% B) 0,04% C) 2,5% D) 0,025%

Zad. 23 (1 pkt.) Średnia arytmetyczna zestawu danych: 2, 4, 7, 8, x jest równa n, natomiast średnia arytmetyczna zestawu danych: 2, 4, 7, 8, x, $2x$ jest równa $2n$. Wynika stąd, że
A) $x = 49$ B) $x = 21$ C) $x = 14$ D) $x = 7$

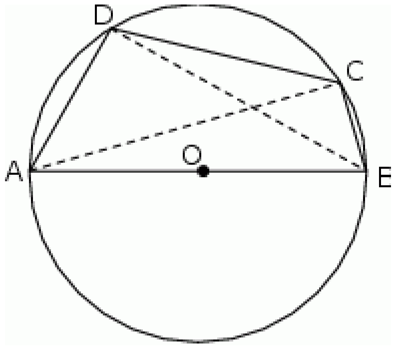
Zad. 24 (1 pkt.) Ile jest wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych podzielnych przez 6 i niepodzielnych przez 9?
A) 6 B) 10 C) 12 D) 15

Zad. 25 (1 pkt.) Na loterię przygotowano pulę 100 losów, w tym 4 wygrywające. Po wylosowaniu pewnej liczby losów, wśród których był dokładnie jeden wygrywający, szansa na wygraną była taka sama jak przed rozpoczęciem loterii. Stąd wynika, że wylosowano
A) 4 losy. B) 20 losów. C) 50 losów. D) 25 losów.

Zadania otwarte

Zad. 26 (2 pkt.) Rozwiąż nierówność $3x^2 - 9x \leqslant x - 3$.

Zad. 27 (2 pkt.) Rozwiąż równanie $x(x^2 - 2x + 3) = 0$.



Zad. 28 (2 pkt.) Bok AB czworokąta $ABCD$ wpisanego w okrąg jest średnicą tego okręgu (zobacz rysunek). Udowodnij, że $|AD|^2 + |BD|^2 = |BC|^2 + |AC|^2$.

Zad. 29 (2 pkt.) Udowodnij, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y prawdziwa jest nierówność $3x^2 + 5y^2 - 4xy \geqslant 0$.

Zad. 30 (2 pkt.) Funkcja kwadratowa, f dla $x = -3$ przyjmuje wartość największą równą 4. Do wykresu funkcji f należy punkt $A = (-1, 3)$. Zapisz wzór funkcji kwadratowej f.

Zad. 31 (2 pkt.) Ze zbioru liczb naturalnych dwucyfrowych losowo wybieramy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia Apolegającego na tym, że otrzymamy liczbę podzielną przez 8 lub liczbę podzielną przez 12.

Zad. 32 (4 pkt.) Dany jest nieskończony rosnący ciąg arytmetyczny (a_n) , dla $n \geqslant 1$ taki, że $a_5 = 18$. Wyrazy a_1, a_3 oraz a_{13} tego ciągu są odpowiednio pierwszym, drugim i trzecim wyrazem pewnego ciągu geometrycznego. Wyznacz wzór na n–ty wyraz ciągu (a_n).

Zad. 33 (4 pkt.) Dany jest trójkąt równoramienny ABC, w którym $|AC| = |BC|$. Ponadto wiadomo, że $A = (-2, 4)$ i $B = (6, -2)$. Wierzchołek C należy do osi Oy. Oblicz współrzędne wierzchołka C.

Zad. 34 (5 pkt.)Objętość ostrosłupa prawidłowego trójkątnego $ABCS$ jest równa $27\sqrt{3}$. Długość krawędzi AB podstawy ostrosłupa jest równa 6 (zobacz rysunek). Oblicz pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa.